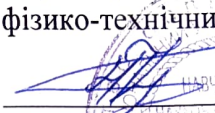


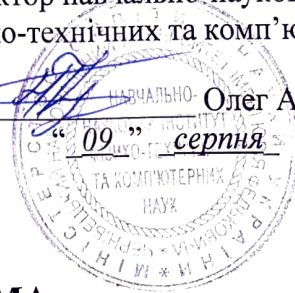
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Навчально-науковий інститут фізико-технічних та комп'ютерних наук

Кафедра інформаційних технологій та комп'ютерної фізики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Директор навчально-наукового інституту
фізико-технічних та комп'ютерних наук


Олег АНГЕЛЬСЬКИЙ
“09” серпня 2024 року



РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни

ОСНОВИ ВЕКТОРНОГО Й ТЕНЗОРНОГО АНАЛІЗУ
обов'язкова

Освітньо-професійна програма «Фізика та астрономія»

Спеціальність 104 Фізика та астрономія

Галузь знань 10 Природничі науки

Рівень вищої освіти перший бакалаврський

Мова навчання українська

Робоча програма навчальної дисципліни «ОСНОВИ ВЕКТОРНОГО Й ТЕНЗОРНОГО АНАЛІЗУ» складена відповідно до освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти «Фізика та астрономія за спеціальністю 104 - Фізика та астрономія галузі знань 10 - Природничі науки, затвердженої Вченою радою Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича (Протокол № 6 від «29» червня 2023 року).

Розробник: Войцехівська Оксана Миколаївна, доцент кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної фізики, кандидат фіз.-мат. наук, доцент.

Викладач: Войцехівська Оксана Миколаївна, доцент кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної фізики, кандидат фіз.-мат. наук, доцент.

Погоджено з гарантом ОПП і затверджено на засіданні кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної фізики

Протокол № 1 від “08” серпня 2024 року

Завідувачка кафедри ІТКФ  Борча М.Д.

Схвалено методичною радою навчально-наукового інституту фізико-технічних та комп'ютерних наук

Протокол № 1 від “09” серпня 2024 року

Голова методичної ради ННІФТКН  Козярський І.П.

Пояснювальна записка

Метою навчальної дисципліни “Основи векторного і тензорного аналізу” є вивчення понятійного апарату векторного і тензорного числення та засвоєння способів його використання для вивчення основ теоретичної та експериментальної фізики, зокрема: електродинаміки, атомної та ядерної фізики, квантової механіки та інших.

Завданням вивчення навчальної дисципліни “Основи векторного і тензорного аналізу” є засвоєння здобувачами освіти понять векторного та тензорного числення та способів їх використання для розв’язування практичних задач.

Пререквізити: “Математичний аналіз”, “Аналітична геометрія та лінійна алгебра”, “Диференціальні та інтегральні рівняння”.

Постреквізити: “Методи математичної фізики”, “Фізика атома й атомних явищ”, “Оптика”, “Фізика ядра й елементарних частинок”, “Теоретична механіка й основи механіки суцільних середовищ”, “Електродинаміка”, “Квантова механіка”, “Термодинаміка і статистична фізика”, спеціалізовані курси.

Результати навчання:

знати: загальний математичний апарат векторного і тензорного числення; способи та методи його використання для аналізу фізичних процесів; способи розв’язування практичних задач в адекватній математичній формі у різних галузях теоретичної мікро- та нанофізики.

вміти: ефективно застосовувати отримані знання для розв’язку конкретних задач; аналізувати та обробляти результати фізичних експериментів; відтворювати математичні моделі фізичних явищ, використовуючи при цьому необхідний математичний апарат.

Програмні результати навчання:

ПР4. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, диференціальної геометрії, математичного моделювання.

ПР8. Мати базові навички самостійного навчання: вміти відшукувати потрібну інформацію в друкованих та електронних джерелах, аналізувати, систематизувати, розуміти, тлумачити та використовувати її для вирішення наукових і прикладних завдань.

Фахові компетентності.

ІК Здатність розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та астрономії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК3. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.

Опис змісту робочої програми навчальної дисципліни

Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість			Кількість годин					Вид підсумкового контролю	
			кредитів	годин	змістових модулів	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота		індивідуальні завдання
Денна	2	3	7	210	2	30	60	-	-	120		екзамен

Структура змісту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	денна форма					
	усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
Змістовий модуль 1. Основи векторного числення.						
Тема 1. Скалярні та векторні величини.		2	4			8
Тема 2. Векторна функція скалярного аргументу		2	4			8
Тема 3. Скалярне поле. Градієнт.		2	4			8
Тема 4. Векторне поле.		2	4			8
Тема 5. Потік векторного поля.		2	4			8
Тема 6. Дивергенція векторного поля.		2	4			8
Тема 7. Теорема Остроградського-Гаусса.		2	4			8
Тема 8. Лінійний інтеграл. Циркуляція векторного поля.		2	4			8
Тема 9. Ротор. Теорема Стокса.		2	4			8
Тема 10. Потенціальне поле. Формула Гріна.		2	4			8
Разом за ЗМ1		20	40			80
Змістовий модуль 2. Оператори та основи тензорного числення.						
Тема 11. Оператор Гамільтона.		2	4			8
Тема 12. Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.		2	4			3
Тема 13. Криволінійні координати.		2	4			8
Тема 14. Означення скаляра, вектора та тензора вищих рангів.		2	4			3
Тема 15. Основи тензорного числення.		2	4			8
Разом за ЗМ2		10	20			40
Усього годин	90	30	60			120

Теми лекційних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Скалярні та векторні величини.	2
2	Векторна функція скалярного аргументу	2
3	Скалярне поле. Градієнт.	2
4	Векторне поле.	2
5	Потік векторного поля.	2
6	Дивергенція векторного поля.	2
7	Теорема Остроградського-Гаусса.	2
8	Лінійний інтеграл. Циркуляція векторного поля.	2
9	Ротор. Теорема Стокса.	2

10	Потенціальне поле. Формула Гріна.	2
11	Оператор Гамільтона.	2
12	Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.	2
13	Криволінійні координати.	2
14	Означення скаляра, вектора та тензора вищих рангів.	2
15	Основи тензорного числення.	2
	Разом	60

Тематика практичних занять

№	Назва теми (завдання)	Кількість годин
1	Скалярні та векторні величини.	4
2	Векторна функція скалярного аргументу	4
3	Скалярне поле. Градієнт.	4
4	Векторне поле.	4
5	Потік векторного поля.	4
6	Дивергенція векторного поля.	4
7	Теорема Остроградського-Гаусса.	4
8	Лінійний інтеграл. Циркуляція векторного поля.	4
9	Ротор. Теорема Стокса.	4
10	Потенціальне поле. Формула Гріна.	4
11	Оператор Гамільтона.	4
12	Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.	4
13	Криволінійні координати.	4
14	Означення скаляра, вектора та тензора вищих рангів.	4
15	Основи тензорного числення.	4

Зміст завдань для самостійної роботи

№	Назва теми	Кількість годин
1	Скалярні і векторні величини. Скалярний і векторний добуток. Скалярний і векторний добуток у декартовій системі координат. Змішані добутки.	8
2	Змінні вектори. Вектор-функція скалярного аргументу. Годограф. Диференціювання та інтегрування вектор-функції скалярного аргументу.	8
3	Поверхні та лінії рівня скалярного поля. Похідна за напрямком. Градієнт	8
4	Векторні лінії. Диференціальні рівняння векторних ліній.	8
5	Потік векторного поля та його властивості.	8
6	Дивергенція векторного поля та її властивості.	8
7	Теорема Остроградського-Гаусса. Соленоїдальне векторне поле.	8
8	Лінійний інтеграл. Циркуляція векторного поля та її властивості.	8
9	Ротор векторного поля. Теорема Стокса.	8
10	Потенціальне векторне поле. Формула Гріна.	8
11	Оператор Гамільтона „набла” і його властивості.	8
12	Диференціальні операції другого порядку. Оператор	8

	Лапласа. Формули Гріна. Рівняння Лапласа.	
13	Основні операції векторного аналізу в криволінійних координатах.	8
14	Зв'язок між координатами точки при повороті системи координат. Означення скаляра, вектора та тензора вищих рангів.	8
15	Тензорна алгебра. Тензор інерції.	8

Примітка: контроль виконання завдань, винесених на самостійне опрацювання проводиться в рамках поточного модульного контролю. Бали за цю роботу входять у загальну кількість балів за конкретний модуль.

Методи та освітні технології навчання

1. Лекції: пояснювально-ілюстративний, репродуктивний метод та метод проблемного викладення.
2. Практичні заняття: розв'язуванням задач дослідницький, репродуктивний метод.
3. Самостійна робота: самонавчання, дослідницький метод.

Контроль та оцінювання навчальних досягнень студентів у процесі вивчення дисципліни

Засоби оцінювання

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання є:

- усне опитування ;
- перевірка розв'язаних задач під час практичних занять;
- перевірка домашніх завдань.

Система контролю та оцінювання

Види та форми контролю: усні відповіді на контрольні запитання, самостійно виконані практичні завдання; презентації;

Форма підсумкового контролю: екзамен.

Перелік питань для самоконтролю й контролю навчальних досягнень здобувачів освіти з навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Основи векторного числення.

1. Поясніть поняття скалярної величини та її властивості, наведіть приклади скалярних величин.
2. Сформулюйте правила алгебри скалярних величин.
3. Сформулюйте означення скалярного добутку двох векторів та опишіть його властивості.
4. Сформулюйте означення скалярного добутку двох векторів у декартовій системі координат та опишіть його властивості.
5. Поясніть поняття вектора та опишіть його властивості, наведіть приклади векторних величин.
6. Сформулюйте правила алгебри векторних величин.
7. Сформулюйте означення векторного добутку двох векторів та опишіть його властивості.
8. Сформулюйте означення векторного добутку двох векторів у декартовій системі координат та опишіть його властивості.
9. Як знаходиться добуток трьох векторів: змішаний (скалярно-векторний) та подвійний векторний.
10. Сформулюйте означення годографа вектора. Наведіть приклад для фізичної величини.
11. Поясніть поняття векторної функції скалярного аргументу, наведіть приклади відповідних фізичних величин.
12. Поясніть як відбувається диференціювання векторної функції скалярного аргументу у декартовій системі координат. Куди напрямлена похідна від вектора?

13. Поясніть як відбувається інтегрування векторної функції скалярного аргументу у декартовій системі координат. Чим відрізняється означений і неозначений інтеграл?

14. Сформулюйте означення поверхні рівня скалярного поля. Наведіть приклади фізичних поверхонь рівня.

15. Наведіть алгоритм пошуку похідної за напрямком у скалярному полі. Поясніть зв'язок між знаком похідною за напрямком у певній точці і поведінкою скалярного поля у обраному напрямку

16. Сформулюйте означення градієнта скалярного поля, його зв'язок з похідною за напрямком.

17. Опишіть основні властивості градієнта скалярного поля.

18. Сформулюйте означення векторних ліній у векторному полі. З якого диференціального рівняння отримується сімейство векторних ліній.

19. Сформулюйте як уводиться поняття потоку векторного поля. Наведіть означення потоку векторного поля через орієнтовану поверхню.

20. Наведіть означення потоку векторного поля через орієнтовану поверхню у декартовій системі координат. Сформулювати властивості потоку векторного поля.

21. Поясніть як уводиться поняття дивергенції векторного поля у фіксованій точці. Як за знаком дивергенції робиться висновок про особливості поведінки векторного поля у цій точці.

22. Сформулюйте означення дивергенції у декартовій системі координат. Наведіть основні властивості дивергенції.

23. Сформулюйте теорему Остроградського-Гаусса та її значення для визначення потоку векторного поля.

24. Сформулюйте умову соліноїдальності векторного поля та її зв'язок з рівнянням неперервності у різних розділах фізики.

25. Поясніть поняття лінійного інтеграла від вектора, та його властивості.

26. Поясніть поняття циркуляції вектора по замкнутому контуру та його зв'язок з поняттям ротора.

27. Наведіть означення ротора вектора у декартовій системі координат та сформулюйте його властивості.

28. Сформулюйте теорему Стокса та її використання для знаходження циркуляції векторного поля.

29. Сформулюйте означення потенціального векторного поля і його зв'язок з градієнтом. Наведіть приклад потенціального поля з фізики.

30. Наведіть інтегральну і диференціальну умову потенціальності векторного поля.

31. Поясніть значення і спосіб використання формули Гріна для плоского векторного поля.

Змістовий модуль 2. Оператори та основи тензорного числення.

1. Сформулюйте означення оператора Гамільтоніана «набла», та його диференціальні і векторні властивості, а також правила його дії.

2. Сформулюйте зв'язок оператора Гамільтона з основними операціями векторного аналізу: градієнтом, дивергенцією і ротором.

3. Сформулюйте означення оператора Лапласа «дельта» та його зв'язок з оператором Гамільтона.

4. Проаналізувати таблицю для диференціальних операторів другого порядку.

5. Сформулюйте означення лапласового векторного поля, наведіть приклад рівняння Лапласа у фізиці.

6. Сформулюйте теорему векторного аналізу про розклад вектора на потенціальну і соліноїдальну складову та поясніть її значення.

7. Криволінійні координати: наведіть основні характеристики циліндричної системи координат та їх зв'язок з декартовими координатами.

8. Криволінійні координати: наведіть основні характеристики сферичної системи координат та їх зв'язок з декартовими координатами.

9. Проаналізувати основні операції векторного аналізу в криволінійних координатах (для циліндричної системи). Приклад.
10. Проаналізувати основні операції векторного аналізу в криволінійних координатах (для сферичної системи). Приклад.
11. Проаналізуйте вираз для оператора Лапласа у циліндричній та сферичній системі координат. Приклад.
12. Поясніть як знаходиться зв'язок між координатами точки при повороті системи координат.
13. Сформулюйте означення скаляра, як тензора нульового рангу.
14. Сформулюйте означення вектора, як тензора першого рангу. Його характеристики.
15. Сформулюйте як визначається тензор довільного рангу. Його характеристики.
16. Тензорна алгебра: однаковість, додавання та віднімання, множення. Приклади.
17. Поясніть як відбувається згортка тензорів, наведіть приклади.
18. Сформулюйте означення шпура (сліда) тензора.
19. Сформулюйте означення симетричного тензора. Приклад.
20. Сформулюйте означення антисиметричного тензора. Приклад.
21. Поясніть спосіб розкладу тензора на симетричну та антисиметричну складові.
22. Сформулюйте означення одиничного тензора (дельта-символа Кронекера).
23. Поясніть як дельта-символ Кронекера працює під знаком суми.

Критерії оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни

Критерієм підсумкового оцінювання є досягнення студентом мінімальних балів передбаченим результатами навчання коли студент в основному опанував теоретичні знання навчальної дисципліни, уміє розв'язувати задачі, орієнтується в першоджерелах та рекомендованій літературі, відповідно до вимог навчальної програми.

Розподіл балів, які отримують здобувачі освіти

Поточне оцінювання (аудиторна та самостійна робота)									
Змістовий модуль 1									
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Поточне оцінювання (аудиторна та самостійна робота)					Підсумковий контроль (екзамен)	Сума
Змістовий модуль 2						
T11	T12	T13	T14	T15	40	100
4	4	4	4	4		

T1, T2 ... T15 – теми змістових модулів.

Залежно від характеру відповіді студента зазначена кількість балів може бути скоригована за наступними критеріями:

К-ть балів	Критерії оцінки
max	студент дає вичерпну відповідь на поставлене запитання; правильно розв'язує задачі
0,8 · max	студент при відповіді на поставлене запитання припустився незначних неточностей, які не впливають на суть відповіді; допускає незначні помилки при розв'язуванні задач

0,6 · max	студент при відповіді на поставлене запитання припустився помилок, які виправляє за допомогою викладача; в середньому може дати правильні відповіді на 50% питань теми (задач);
0,4 · max	студент при відповіді на поставлене запитання припустився суттєвих помилок, які все ж таки виправляє за допомогою викладача; дає правильні відповіді на 30% питань теми (задач);
0,2 · max	отримує студент, який за допомогою викладача фрагментарно відповідає на запитання, проте не в повній мірі володіє мінімальним рівнем знань з даного питання;
0	якщо характер відповідей дає підставу стверджувати, що студент неправильно зрозумів суть питання чи не знав правильної відповіді, а тому відповідав, припускаючись грубих помилок.

Примітка: за max прийнято максимальну оцінку для даного виду діяльності.
Заокруглення проводиться до одиниць балу.

Критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів освіти за шкалою ECTS та національною шкалою на екзамені з дисципліни "Основи векторного і тензорного аналізу"

Здобувач освіти має відповісти на два питання у екзаменаційному білеті. За відповідь на кожне питання здобувач освіти може максимально отримати по 20 балів. Результати екзамена оцінюються відповідно до прийнятої уніфікованої університетської шкали: 40 балів від загальної 100-бальної, при цьому кожна відповідь оцінюється наступним чином:

0–5 балів. Здобувач освіти виявляє слабе уявлення про основні поняття векторного і тензорного аналізу.

6-10 балів. Здобувач освіти має фрагментарні уявлення про основні поняття векторного і тензорного аналізу і слабо орієнтується у відповіді на конкретні питання білету.

11-14 балів. Здобувач освіти знає окремі поняття, що стосуються питання, але не може впевнено сформулювати цілісну картину. Здобувач освіти за допомогою викладача відтворює окремі частини начального теоретичного матеріалу, дає визначення основних понять і формулює окремі теореми, що розглядалися в курсі.

15-17 балів. Здобувач освіти самостійно відтворює значну частину навчального матеріалу, формулює закони й теореми, що розглядалися в курсі, але допускає несуттєві помилки. Може пояснити основні властивості векторних операторів.

18-20 балів. Здобувач освіти самостійно відтворює фактичний і теоретичний навчальний матеріал, пояснює суть векторних і тензорних понять. Здобувач освіти вільно володіє засвоєними знаннями.

У відомість обліку успішності та залікову книжку (індивідуальний навчальний план) здобувача освіти заноситься сумарна кількість балів поточного (0-60 балів) та підсумкового контролю (залік; 0-40 балів) згідно такої таблиці:

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо

Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим повторним курсом

Зарахування результатів неформальної освіти

Відповідно до «Положення про взаємодію формальної та неформальної освіти, визнання результатів навчання (здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти, в системі формальної освіти) у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича (протокол No109 від 28 березня 2022 року) ([polozhennia-pro-vzaiemodiiu-formalnoi-ta-neformalnoi-osvity.pdf](#)) у процесі вивчення дисципліни здобувачу освіти може бути зараховано до 25% балів, отриманих за результатами неформальної та/ або інформальної освіти з проблем, що відповідають тематиці курсу.

Політика академічної доброчесності

Освітня діяльність (викладача і здобувача освіти) під час вивчення навчальної дисципліни ґрунтується на принципах співробітництва та академічної доброчесності. Очікується, що роботи студентів будуть оригінальним дослідженням чи міркуванням й об'єктивно оцінені викладачем.

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано такими документами:

«Етичний кодекс Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича» <https://www.chnu.edu.ua/media/jxdfs0zb/etychnyi-kodeks-chernivetskoho-natsionalnoho-universytetu.pdf>;

«Положення про виявлення та запобігання академічного плагіату у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича» https://www.chnu.edu.ua/media/f5eleobm/polozhennya-pro-zapobihannia-plahiatu_2024.pdf.

Рекомендована література (основна)

1. Валь О.Д., Корольок С.Л., Мельничук С.В. Основи векторного та тензорного аналізу: Навч. посібник.- Чернівці: "Книги XXI".- 2006.- 228 с. З грифом МОН.
2. Векторний і тензорний аналіз.: методичні вказівки до розв'язування задач / Укл. Стецко М.М. – Львів: ЛНУ, 2011. – 12 с.
3. Разумова М.А., Хотейнцев В.М. Основи векторного і тензорного аналізу: Навч. посібник.- Київ: ВПЦ "Київський університет".- 2011.- 216 с.
4. Introduction to vector and tensor analysis. Jesper Ferkinghoff-Borg. September 6, 2007.
5. Ліфман Ф.М. Основи векторного та тензорного аналізу: Навч. Посібник.- Суми: СумДПУ.- 2005.- 85 с.
6. Vector and tensor analysis with Applications by A.I.Borisenko and I.E. Tarapov. Power Publications, Inc. New York, 1979.

Інформаційні ресурси

1. Сторінка курсу в Moodle <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=3294>
2. Сторінка КІТКФ http://ptcsi.chnu.edu.ua/cafedra_page/ /загальна-інформація/
3. Сторінка наукової бібліотеки ЧНУ <http://www.library.chnu.edu.ua/index.php?page=ua>
4. Відкритий математичний ресурс Wolfram Research <https://mathworld.wolfram.com/>.
5. Інші інформаційні ресурси інтернету.